MARIO BALDASSARRI

27 Agosto 1920 — 28 Settembre 1964

Mario Baldassarri nacque in Padova il 27 agosto 1920 e vi morì il 28 settembre 1964. A quasi tre anni di distanza permangono immutati il dolore e l'angoscia per la sua prematura scomparsa.

Laureatosi a Padova nel 1941 con Annibale Comessatti, dal cui prestigio era stato attratto alla geometria, all'indomani della Laurea dovette partire come ufficiale di artiglieria per l'Africa settentrionale, dove combattè valorosamente: fu ad El Alàmein e ad El Hamma; fu fatto prigioniero in Tunisia nel 1943 ed internato in un campo degli Stati Uniti. I compagni di prigionia nel Texas ricordano la sua intensa attività culturale, le divulgazioni dei libri che leggeva, le lezioni di matematica, le brillanti conversazioni. Queste sue naturali qualità si svilupparono poi ulteriormente rendendo sempre più preziosa la sua opera.

Nel 1946 potè ritornare fra noi. Rifiutò una immediata nomina ad assistente di ruolo a Trieste per non allontanarsi dalla sua Padova. Malgrado fosse costretto a limitare il tempo dedicato alla ricerca scientifica per provvedere ai bisogni della famiglia, riuscì ad ottenere la libera docenza nel 1951 e a vincere il successivo concorso alla cattedra di Geometria nel 1953. Primo ternato, venne chiamato dapprima a Catania, poi a Ferrara. Nel 1955 fu possibile chiamarlo a Padova, appagando così anche il suo vivo desiderio di far parte della nostra Università.

Era Socio corrispondente dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA. e dell'Istituto Veneto di SS. LL. AA.

Si era sposato nel 1948 con Santuzza Ghezzo: allora erano entrambi assistenti alla cattedra di Geometria. Attualmente la prof.ssa Baldassarri

Commemorazione tenuta il 9 maggio 1967 nell'Aula E del Palazzo universitario centrale dal prof. Ugo Morin, ordinario di geometria di questa Università.

svolge una preziosa attività presso il nostro Seminario matematico e accompagna i due bravissimi figlioli verso un avvenire che si presenta pieno di grandi promesse.

Con la venuta definitiva a Padova, Mario Baldassarri potè dedicarsi ad una intensa attività che, oltre all'insegnamento impartito con brillante competenza, comprendeva la direzione del nostro Seminario matematico dal 1957, la direzione del Centro di Matematica applicata, fondato per sua iniziativa nel 1961, la direzione di gruppi di ricerca del C.N.R., l'organizzazione di convegni, di seminari, nel corso dei quali iniziava gli allievi ai più avanzati campi di studio e di applicazione della matematica, di corsi di aggiornamento per professori di Scuole secondarie. Anzi ogni riunione fra amici, ogni pranzo, ogni escursione, diveniva con la presenza di Baldassarri un simposio da Lui diretto.

Nell'autunno del 1962 un virus minò la sua salute e ne attaccò il cuore. Sapienti ed amorevoli cure lo aiutarono a superare diverse crisi e nell'estate del '63 sembrò avviato verso un durevole miglioramento, che ci fece sperare in una completa guarigione.

Potè iniziare i corsi di lezione e rituffarsi in una attività ahimè forse troppo intensa. Fra l'altro affidò a tre collaboratori, dopo aver dato le direttive generali, la stesura di un trattato sui « Metodi della Geometria algebrica astratta », e potè scrivere, con l'aiuto di altri collaboratori, il corso di lezioni di Analisi matematica e quello di Geometria per allievi ingegneri in sei volumi per complessive 2562 pagine.

Nel settembre del 1964 partecipò a Bressanone ad un Corso sui « Controlli automatici ».

Poi improvvisamente il virus ritornò all'attacco e Mario non fu più tra noi. E' difficile abituarsi all'idea che Egli così forte in tutto e così battagliero abbia potuto morire! E qualunque riflessione porta a rendersi conto di quanto grave perdita sia stata la sua scomparsa: basta pensare all'enorme patrimonio di cultura che, in così pochi anni, per le sue eccezionali capacità di sintesi, aveva saputo dominare ed elaborare.

* * *

Passiamo ora ad una analisi succinta delle 32 pubblicazioni di Baldassarri.

Le prime 14 dell'annessa bibliografia, quelle con cui vinse la Cattedra, trattano argomenti di Geometria algebrica classica. Alcune di esse sono già sviluppate con metodi di algebra astratta, che aveva potuto apprendere fin da studente. In esse si risolvono importanti e complessi problemi, esattamente posti e di chiaro significato geometrico ed algebrico.

Nella Nota [1], allo scopo di fornire una premessa rigorosa al calcolo numerativo di *Schubert-Severi* per le condizioni imposte alle coniche complete del piano, si approfondisce l'analisi della base minima per le condizioni doppie e triple, che, mentre per le condizioni semplici e quadruple era esaurita dalle ricerche di *Severi* e *Van der Waerden,* in tali casi non era stata approfondita. *Van der Waerden* scrisse a Baldassarri una lettera di congratulazioni per essere riuscito a completare la teoria in questione.

Riallacciandosi ad una mia ricerca intorno all'esistenza di curve unisecanti curve razionali di particolari congruenze, collegata con questioni di razionalità, che aveva già dato luogo a pubblicazioni di *Comessatti* e *Conforto,* Baldassarri nella Nota [2] considera il problema più generale dell'esistenza di una varietà unisecante le varietà di un sistema algebrico infinito contenuto in una varietà ambiente. Trasportandolo nel suo ambito naturale, quello dei corpi di funzioni algebriche, e facendo intervenire simultaneamente considerazioni geometriche e di algebra moderna, trova una condizione non solo sufficiente per l'esistenza della unisecante, ma anche, per la prima volta in problemi di questo tipo, necessaria: ciò ove sia soddisfatta una ben precisata condizione di « generalità ». L'interpretazione geometrica di questa condizione è suscettibile di interessanti sviluppi. I risultati ottenuti in questa Nota hanno trovato diverse applicazioni.

Nella Nota [9], collegata alla [2], considerato sopra una varietà algebrica ad $r+1$ dimensioni un sistema ∞^1 di V_r le quali abbiano una V_{r-1} s-pla, si ottiene per l'esistenza dell'unisecante una condizione molto meno restrittiva di quella della Nota precedente. I risultati delle due Note vengono applicati alla semplificazione della classificazione di *Enriques* delle V_3 con un fascio lineare di superficie razionali.

Da tempo era noto che una superficie algebrica *pluririgata,* cioè tale che per un suo punto generico passi più di una retta della superficie stessa, è una quadrica; nessuno era però riuscito a classificare le analoghe varietà a più dimensioni. Nella Nota [3] e nella rispettiva aggiunta [4], vengono ora determinate le varietà algebriche pluririgate a tre dimensioni V_3. Risulta che queste varietà contengono un fascio di quadriche oppure sono le varietà a curve-sezioni ellittiche d'ordine $n \leqslant 7$, esclusa quella del sesto ordine dell' S_6 con una retta doppia. La difficile ricerca è condotta nell'ipotesi che la V_3 sia dotata di singolarità ordinarie.

Enriques aveva dimostrato che una V_3 con un sistema ∞^3 lineare di superficie razionali è razionale. Nella nota [5], con metodi più penetranti, vengono classificate le V_3 con un sistema lineare ∞^3 di superficie razionali ed inoltre i sistemi lineari ∞^3 di superficie razionali dell' S_3.

Baldassarri, avendo intuito che diverse proprietà delle superficie algebriche dipendono da relazioni più elementari della aggiunzione, nella Nota [7] introduce per una superficie razionale F^n il concetto di *scomposizione razionale* del sistema $|C|$ delle sue sezioni iperpiane e definisce il suo « residuo ». Dimostra che tutte le F^n dell' S_{n-p+1}, (p genere delle C), con $n > 2p$, sono superficie con residuo di un determinato genere. Nella Nota [6] verifica che ogni superficie non rigata dell'ordine $2n+2$, appartenente ad un S_{n+4} $(n > 1)$ e a residuo di genere 0, può riguardarsi come l'immagine delle coppie di punti corrispondenti in una corrispondenza cremoniana T_n di ordine n tra due piani. La loro semplice genesi proiettiva porta ad una rappresentazione analitica delle T_n. Nella Nota [8] viene studiata, mediante i criteri della [7], una notevole classe particolare di superfici razionali ed i rispettivi sistemi lineari rappresentativi.

Nella Nota [11], dando la massima generalizzazione ad una mia particolare ricerca, Baldassarri risolve i problemi fondamentali sui sistemi di spazi totali di un sistema lineare od algebrico di spazi subordinati di un S_r, quali la determinazione della dimensione e delle proprietà proiettive del loro sistema. I risultati geometrici ottenuti esprimono interessanti proprietà di matrici.

Partendo dalla definizione di *B. Segre* di involuzione di dimensione *d* ed ordine *n* di un S_h, nella Nota [10] si verifica che la proiezione di un'involuzione, fatta con ben precisate limitazioni, sopra uno spazio di dimensione inferiore, è ancora una involuzione (salvo una certa eccezione). Da ciò segue anche una rappresentazione analitica delle involuzioni di carattere monoidale.

Introdotta la nozione di spazio « normale » per un'involuzione, nella Nota [12] si dà una condizione affinchè un'involuzione riesca normale in un piano. Nella [14] si dimostra che un sistema irriducibile *K*, di indice due, di curve razionali contenute in una varietà algebrica V_3 è rappresentabile da una superficie rigata, che è razionale se *K* non è composto con un fascio irrazionale di superficie. Da ciò e dai risultati della [12] segue l'unirazionalità della V_3 in questione. Altri due teoremi si occupano di notevoli modelli proiettivi di cui sono suscettibili siffatte V_3.

La Nota [13] contiene diversi risultati fondamentali. In essa si dimostra l'esistenza di involuzioni ∞^3 « normali » nel piano. Segue poi che una involuzione ∞^3 di coppie di punti dell' S_3 è rappresentabile dall'intersezione, con un'iperquadrica, dell'ipersuperficie cubica dell' S_5 associata alla superficie di *Veronese*. Questo teorema apre una via per la classificazione delle involuzioni ordinarie dell' S_3.

* * *

Alla stesura della monografia « *Algebraic Varieties* », della collana « *Ergebnisse der Mathematik* », Baldassarri dedicò il primo biennio di straordinario. Egli dapprima approfondì la conoscenza di 54 trattati, monografie, relazioni e di 372 note sulle proprietà generali delle varietà algebriche, analizzando i risultati conseguiti in questo campo a partire da quelli fondamentali di *Castelnuovo-Enriques* del 1906 e di *Severi* del 1909 sino a quelli ottenuti più recentemente utilizzando i progressi della topologia, delle teorie della valutazione, degli integrali armonici, degli spazi fibrati, dei fasci. Ricostruiti nella monografia i fondamenti stessi della Geometria algebrica con i metodi dell'algebra astratta, Egli rielaborò tutte queste teorie coordinandone i risultati in una mirabile sintesi, e per la profonda conoscenza che ne aveva, potè mettere in evidenza l'importanza dei risultati conseguiti dalla Scuola geometrica italiana.

Riporto qui alcuni passi di una lettera scrittagli, dopo la pubblicazione del volume, da *A. Weil*, uno dei principali esponenti della geometria algebrica moderna: « Je tiens à vous féliciter vivement pour la remarquable synthèse que vous me paraissez avoir réalisée, entre le points de vue classiques et les points de vue les plus modernes, et pour la quantité d'informations utiles que vous avez réussi à réunir dans l'espace assez court où vous étiez obligé de concentrer votre exposé. D'après ce que j'en ai vu, je suis persuadé que cet ouvrage est destiné à rendre les plus grands services à tous ceux qui s'intéressent à la géométrie algébrique, et particulièrement aux jeunes qui désirent s'y initier, et j'aurai plaisir à le recommander à mes amis, collègues et étudiants ».

Impossessatosi dei nuovi metodi astratti, Baldassarri ritenne suo dovere divulgarli su scala nazionale. Ne fanno testo la conferenza di « *Geometria Algebrica e Topologia* » tenuta al VI Congresso dell'U.M.I. (1959), quella su « *La nozione di varietà algebrica* » tenuta nel Seminario Matematico dell'Università di Torino (1960), le tre su « *Gli elementi della nozione di fascio* » tenute al Seminario Matematico dell'Università di Bari (1961).

Egli raggiunse una piena padronanza della teoria dei fasci e con la sua forte intuizione ne scoprì notevoli proprietà, comunicate in una conferenza al «Convegno internazionale di geometria algebrica» tenuta a Torino nel 1961 e condensate in 10 teoremi pubblicati in una Nota dei rispettivi

Atti. Come d'uso nelle comunicazioni di congresso le dimostrazioni sono soltanto accennate.

Vogliamo soffermarci brevemente sull'importanza anche nell'ambito classico, di questi teoremi:

Baldassarri prima intuì e poi dimostrò per le varietà algebriche irriducibili localmente normali la « *proprietà di estensione* », cioè che ogni funzione razionale che risulti regolare fuori da un chiuso di codimensione > 1 della varietà risulta necessariamente ovunque regolare. Nel caso delle varietà algebriche affini ciò equivale addirittura al fatto che tali funzioni razionali sono intere.

Detta proprietà è di notevole importanza in quanto molti enti che vengono considerati nello studio di una varietà algebrica si esprimono mediante s-ple di funzioni razionali sulla varietà e quindi ad essi è applicabile la proprietà in questione.

Per far un esempio, un omomorfismo fra R-moduli di tipo finito (R essendo l'anello delle coordinate di una varietà affine) è rappresentabile con una matrice di funzioni razionali.

Un'altra notevole proprietà è il seguente rafforzamento di un risultato dovuto a *Cartier*:

Cartier aveva provato che un fascio algebrico coerente definito sopra una varietà algebrica irriducibile risulta localmente libero fuori da un chiuso proprio; Baldassarri provò che il fascio in questione è ivi addirittura libero e, se la varietà è normale ed il fascio è privo di torsione, esso risulta localmente libero fuori da un chiuso di codimensione maggiore di 1.

Si può intuire l'importanza di questo risultato con riferimento alle applicazioni della precedente proprietà di estensione, nel cui enunciato è proprio *essenziale* la dimensione di una certa porzione chiusa della varietà.

Recentemente è uscita nei nostri « Rendiconti » una Nota di *Santuzza Baldassarri, Margaglio* e *Millevoi* in cui si completano e si dimostrano gli anzidetti 10 teoremi. Questi tre allievi di Baldassarri continuano con successo la ricerca in questo importante settore.

Vogliamo nominare anche la memoria sulle « *Varietà abeliane e pseudoabeliane* », in cui sono introdotti dei metodi che furono riconosciuti molto interessanti da *Y. A. Todd*, anche se il risultato non è corretto.

Nell'agosto del 1960 il nostro Seminario Matematico, in collaborazione con il C.D.N.L., tenne a Bressanone un corso di aggiornamento per professori liceali. Esso fu un corso di rottura rispetto ad una situazione statica e precedette di poco l'analogo convegno di Dubrovnik organizzato dall'O.E.C.E. Baldassarri espose i fondamenti de « Le strutture algebriche », con i rispettivi riflessi nell'insegnamento. Nell'inverno successivo presiedette una Commissione, nominata dal predetto Centro, che elaborò un progetto di nuovi programmi di matematica per i Licei (cfr. « I Licei e i loro problemi »; C.D.N.L., Padova 1961). Riportiamo alcune osservazioni del Baldassarri stesso:

« Appare chiaro ai ricercatori contemporanei che solo una rigorosa ricerca di unità e di concisione nell'esposizione delle matematiche, come può essere offerta dall'algebra moderna, sorta di nuovo e potente linguaggio che non ha tardato a penetrare perfino nelle attività umane pratiche, possa permettere di restare al livello di una massa imponente di scoperte che di continuo arricchiscono la matematica.

Ciò ha determinato una grave frattura fra Licei e Università: da un canto si continua ad affaticare la mente degli studenti con un complesso di tecniche di calcolo superate ed ormai sterili, dall'altro si procede ad uno studio che risulta strano e male accetto perchè privo della consuetudine al punto di vista che lo ispira. Ne risulta spesso che si formano dei tecnici e degli studiosi che quasi ignorano i vecchi e i nuovi metodi insieme.

Poichè d'altronde la scienza non può certo ritornare indietro, è indispensabile ed urgente che avanzi di tono e di gusto l'insegnamento, naturalmente con tutte le cautele e con quei particolari profili che sembrano più opportuni in ogni singolo paese ».

Nei successivi cinque convegni di professori universitari e liceali dedicati a nuove proposte di programmi (Gardone, Camaiore, Frascati, Camaiore, Frascati) si fece sempre riferimento al « programma di Baldassarri », conservandone, tra l'altro, parti essenziali delle « premesse » e la conclusione degli studi mediante argomenti opzionali più elevati.

Alcune pubblicazioni testimoniano della sua successiva attività dedicata all'aggiornamento dei professori. Notevoli le [20], [27] ove magistralmente sintetizza i concetti di teoria degli insiemi e di algebra che stanno alla base della matematica della scuola secondaria.

Quando nella primavera del 1964, dopo un anno di forzata assenza, si presentò al Corso per le classi pilota e fu accolto da un lungo e caloroso applauso, rimase profondamente commosso.

* * *

A partire dal 1960 Egli si dedicò con entusiasmo allo studio delle possibili applicazioni della matematica, alla tecnica, all'economia, alla sociologia. Su questi argomenti tenne anche diversi cicli di conferenze. Ecco i titoli di quelle che furono pubblicate:

Sull'impostazione topologica di un problema di equilibrio economico (1960). *La programmazione lineare* (1961). *Matematica e problemi di trasporto nella ricerca operativa* (1963). *Matematica e sociologia* (1964). *Introduzione alla teoria della ottimizzazione* (1964).

Come risulta da questi scritti, Baldassarri non soltanto aveva compiutamente assimilato i diversi metodi della matematica applicata, ma li aveva anche criticamente rielaborati, rendendoli più semplici e rigorosi con l'uso di tecniche algebriche, topologiche e probabilistiche appropriate, talvolta chiarendo il significato stesso dei problemi suscettibili di applicazioni matematiche.

M. Volpato, in un suo scritto « Sulla simulazione col metodo Montecarlo » [Calcolo, t. 3, suppl. n. 2, 1966] ricorda ad esempio la suggestiva ed originale esposizione del « Metodo Montecarlo », fatta dal Baldassarri in una conferenza tenuta al convegno di Bressanone del 1962 e purtroppo non pubblicata.

Baldassarri era convinto che, sebbene l'epoca del calcolo infinitesimale come strumento per lo studio di un fenomeno reale sia tutt'altro che finita, sia anche incominciata un'*epoca di teorie matematiche e metodi di calcolo,* tali da permettere la impostazione e la risoluzione di problemi non affrontabili con i metodi tradizionali. A questo proposito, ed a conclusione di questa mia purtroppo insufficiente commemorazione, riporto alcune parole del Baldassarri stesso, dette alla fine di una sua conferenza e che vanno interpretate in un più generale contesto:

« Noi speriamo che questa esposizione di alcuni punti, ben noti agli specialisti di economia matematica, di un concreto intervento della topologia in economia possa far desiderare a qualche ascoltatore di avviarsi a questo suggestivo ordine di studi, del quale si può dire che per ora è ai primordi e che più di altro fa intravvedere degli squarci promettenti, ma ben lungi dal costituire ancora un corpo organico di conoscenze. Qui i giovani matematici possono trovare interessanti fonti di ispirazione ed applicazione, ed i giovani economisti il più serio ed auspicabile linguaggio per la loro scienza ».

Questa « nuova epoca » dovrà dunque influenzare sempre più non solo la matematica ma anche le scienze, la tecnica, l'economia, la sociologia: insomma l'operosità umana.

E Mario Baldassarri ne sarà stato un illuminato pioniere!

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI DI MARIO BALDASSARRI

[1] *Sulle caratteristiche per le condizioni doppie e triple delle coniche,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XVIII, 1949.

[2] *Su un criterio di riduzione per un sistema algebrico di varietà,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XIX, 1950.

[3] *Le varietà pluririgate a tre dimensioni,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XIX, 1950.

[4] *Aggiunta alla Nota: Le varietà pluririgate a tre dimensioni,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XIX, 1950.

[5] *Su una classe di superficie-modello di una trasformazione birazionale fra due piani,* « Ann. Mat. », S. IV, t. XXXI, 1950.

[6] *Sulle* V_3 *contenenti un sistema lineare triplamente infinito di superficie razionali,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XX, 1951.

[7] *Ricerche su certe classi di superficie d'ordine* n *dello* S_{n-p+1}, « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XX, 1951.

[8] *Su alcune proprietà proiettive delle superficie d'ordine* $2p+1$ *dello* S_{p+2} *non rigate,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XX, 1951.

[9] *Una condizione per l'esistenza di unisecanti,* « Rend. Acc. Naz. Lincei », S. VIII, t. XII, 1952.

[10] *Le involuzioni* ∞^d *dello* S_h *e le loro proiezioni,* « Rend. Acc. Naz. Lincei », S. VIII, t. XII, 1952.

[11] *I sistemi algebrici di spazi e l'insieme dei loro spazi totali,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XXI, 1952.

[12] *Sugl'insiemi di gruppi di punti generati da serie razionali,* « Rend. Sem. Mat. Università di Padova », t. XXI, 1952.

[13] *Le* $I^3_{n,2}$ *ed una classe di varietà rappresentative,* « Ann. Università di Ferrara », Sez. VII, t. I, n. 15, 1952.

[14] *Osservazioni sulle* V_3 *con un sistema d'indice due di curve razionali,* CEDAM, Padova 1952.

[15] *Algebraic varieties.* Ergebnisse der Mathematik, Springer, Berlin 1956.

[16] *Una caratterizzazione delle varietà abeliane e pseudo-abeliane*, « Ann. Mat. », S. IV, t. XLII, 1956.

[17] *Guida allo studio della Geometria analitica*, t. I (pp. 485), t. II (pp. 419), CEDAM, Padova 1957, 1958.

[18] *Geometria algebrica e topologia*, « Atti del VI Congresso U.M.I. », 1959.

[19] *La nozione di varietà algebrica*, « Rend. Sem. Mat. di Torino », t. XIX, 1960.

[20] *Le strutture algebriche*, « I Licei e i loro problemi », t. III, 1960.

[21] *Topologia algebrica*. Appendice III, Enciclopedia Treccani, 1960.

[22] *Sulla impostazione topologica di un problema di equilibrio economico*, « Ricerche economiche », Cà Foscari, Venezia 1960.

[23] *Gli elementi della nozione di fascio*, « Conferenze Sem. Mat. Università di Bari », nn. 65-66-67, 1961.

[24] *Osservazioni sulla struttura dei fasci lisci*, « Atti Convegno internazionale Geom. Alg. », Torino 1961.

[25] *La programmazione lineare*, « Matematica ed Economia », Centro di Mat. Appl. Università di Padova, 1962.

[26] *La nozione d'« insieme » nella Scuola Media*, « Cultura e Scuola », n. 2, 1962.

[27] *Le nozioni generali dell'algebra astratta*. Ministero Pubblica Istr. - O.C.S.E, 1963. Ristampato in *Matematica moderna nelle Scuole secondarie superiori*, Pàtron, Bologna 1966.

[28] *Matematica e problemi di trasporto nella ricerca operativa*, « Trasporti industriali », n. 50, 1963.

[29] *Letture di analisi*, t. I, pp. 433; t. II, pp. 463; t. III, pp. 433, Padova 1964.

[30] *Letture di algebra e geometria*, t. I, pp. 406; t. II, pp. 403; t. III, pp. 424, Padova 1964.

[31] *Matematica e sociologia*, « Ist. Univ. Scienze sociali », quaderno n. 3, Trento 1964.

[32] *Introduzione alla teoria della ottimizzazione*, « Centro di Mat. Appl. Università di Padova », pp. 95, 1964.